



Tên học phần: **Giải tích hàm**

Mã HP: MTH10403

Thời gian làm bài: 120 phút

Ngày thi: 19/06/2018

Họ và tên sinh viên:

MSSV:

Ghi chú: Sinh viên được phép sử dụng tài liệu gồm giáo trình và tập viết của bản thân.

Câu 1 (4 điểm). Cho $X = C([0, 1], \mathbb{R})$ với chuẩn sup. Đặt ánh xạ :

$$\begin{aligned} T : X &\rightarrow X \\ f &\mapsto Tf \end{aligned}$$

với

$$\begin{aligned} Tf : [0, 1] &\rightarrow \mathbb{R} \\ t &\mapsto \int_0^t f(s) \cos s \, ds. \end{aligned}$$

- (a) Giải thích vì sao $Tf \in X$.
- (b) Kiểm tra T là ánh xạ tuyến tính.
- (c) Kiểm tra T là ánh xạ tuyến tính liên tục.
- (d) Hãy ước lượng $\|T\|$.
- (e) Hãy tính chính xác $\|T\|$.

Câu 2 (4 điểm). Xét không gian tích trong $H = L^2([0, 1])$ trên trường số thực. Nhắc lại tích trong trên H được cho bởi $\langle u, v \rangle := \int_0^1 u(x)v(x) \, dx$. Xét tập con $E = \{1, \sin 2\pi x\}$ của H .

- (a) Tính chuẩn của các phần tử trong E .
- (b) Chứng tỏ E là một họ trực giao trong H .
- (c) Hãy trực chuẩn hóa E , tức là tìm một họ trực chuẩn F sinh ra không gian tuyến tính M sinh bởi E .
- (d) Hãy tìm hình chiếu $P_M f$ với $f(x) = x$.

Câu 3 (2 điểm). Cho H là một không gian Hilbert và M là một không gian vectơ con của H . Giả sử $x \in H$ có phân tích

$$x = x_1 + x_2, x_1 \in M, x_2 \in M^\perp. \tag{1}$$

- (a) Chứng tỏ $\|x\|^2 = \|x_1\|^2 + \|x_2\|^2$.
- (b) Chứng tỏ phân tích (1) trên là duy nhất, nghĩa là nếu $x = x'_1 + x'_2$ với $x'_1 \in M$ và $x'_2 \in M^\perp$ thì $x_1 = x'_1, x_2 = x'_2$.
- (c) Khi nào thì chắc chắn có phân tích (1) trên?

Hết



Tên học phần: HÀM BIẾN PHỨC	Mã HP: TTH304
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)	Ngày thi: 29/6/2018
Họ và tên sinh viên:	MSSV:

Ghi chú: Sinh viên chỉ được phép sử dụng một tờ giấy A4 (có ghi chữ) trong suốt giờ thi.

Câu 1 (5 điểm). Kiểm tra kiến thức về tích phân Cauchy.

- Hãy phát biểu nội dung của Bất đẳng thức ML (không cần chứng minh), giải thích rõ mọi ký hiệu được sử dụng trong phát biểu.
- Hãy phát biểu và chứng minh Công thức tích phân Cauchy cho dạng $\int_C \frac{f(z)}{z-z_0} dz$.
- Áp dụng 1: Cho $D \subset \mathbb{C}$ là miền bị chặn, có biên trơn ∂D và cố định $z_0 \in D$. Giả sử f là hàm chỉnh hình trên tập mở chứa \bar{D} . Hãy chứng minh rằng tồn tại hằng số $M > 0$ chỉ phụ thuộc vào z_0 và ∂D sao cho

$$|f(z_0)| \leq M \max\{|f(z)| : z \in \partial D\}.$$

(Gợi ý: Với $z \in \partial D$, $|z - z_0| \geq d(z_0, \partial D)$ (khoảng cách từ z_0 đến ∂D), trong đó $d(z_0, \partial D) = \inf\{|z - z_0| : z \in \partial D\}$)

Nếu D là hình tròn tâm tại z_0 , bán kính R thì M bằng mấy?

- Áp dụng 2: Với những điều kiện như Áp dụng 1, với $n = 1, 2, \dots$, chứng tỏ rằng cùng hằng số M như vậy, ta cũng có

$$|f(z_0)|^n \leq M \max\{|f(z)|^n : z \in \partial D\} = M(\max\{|f(z)| : z \in \partial D\})^n.$$

(Gợi ý: f chỉnh hình thì f^n cũng chỉnh hình, xét Áp dụng 1 cho f^n)

- Áp dụng 3: Từ Áp dụng 2, chứng minh Nguyên lý module lớn nhất cho hàm chỉnh hình: Cho D là miền bị chặn, có biên trơn ∂D . Giả sử f là hàm chỉnh hình trên tập mở chứa \bar{D} . Khi đó, ta có:

$$\sup\{|f(z)| : z \in D\} \leq \max\{|f(z)| : z \in \partial D\}.$$

Câu 2 (3 điểm). Tìm Khai triển chuỗi lũy thừa (trên 3 miền) của hàm

$$f(z) = \frac{1}{(z + 3i)(z - 1)},$$

biết tâm của khai triển là $z_0 = 2 + i$.

Câu 3 (2 điểm). Tính các tích phân thực sau

1. Tích phân được hiểu theo nghĩa giá trị chính: $P.V \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^4 - 1}$.

2. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{7 + \cos t}$

Sinh viên cần giải thích rõ ràng các lập luận, tính toán của mình trong bài thi



TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Học kỳ II – Năm học 2017-2018

MÃ LƯU TRỮ
 (do phòng KT-ĐBCL ghi)

CK17182.MTH10436

Tên học phần: Giải tích thực Mã HP: MTH10436
 Thời gian làm bài: 120 phút Ngày thi: 20/06/2018
 Ghi chú: Sinh viên [được phép / không được phép] sử dụng tài liệu khi làm bài.

Sinh viên chọn 3 câu trong 5 câu hỏi sau.

1. (3,3 điểm) Cho Ω là một tập đo được trong \mathbb{R}^n với độ đo Lebesgue. Cho $\{f_m\}$ là một dãy hàm số đo được trên Ω . Hỏi định nghĩa sau đây có xác định hoàn toàn hay không

$$\liminf_{m \rightarrow \infty} \widetilde{f_m} = \widetilde{\liminf_{m \rightarrow \infty} f_m}$$

2. (3,3 điểm) Cho Ω là một tập đo được trong \mathbb{R}^n với độ đo Lebesgue. Cho $f \in u \in L^5(\Omega)$, $h \in w \in L^5(\Omega)$ và $f_m \in u_m \in L^5(\Omega)$. Giả sử

$$\lim_{m \rightarrow \infty} f_m(x) = f(x) \quad \forall x \in \Omega,$$

$$|f_m(y)| \leq h(y) \quad \forall x \in \Omega, m \in \mathbb{N}.$$

Hỏi $\{u_m\}$ có hội tụ về u trong $L^5(\Omega)$?

3. (3,3 điểm) Cho Ω là một tập đo được trong \mathbb{R}^n với độ đo Lebesgue $\mu(\Omega) < \infty$. Cho $f \in u \in L^3(\Omega)$ và $\epsilon > 0$. Hỏi có một số dương δ sao cho

$$\left| \int_E f(x) dx \right| \leq \epsilon \quad \forall E \subset \Omega, \mu(E) \leq \delta.$$

4. (3,3 điểm) Đặt

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \forall x \in [0, 1). \\ 0 & \forall x \in (-1, 0]. \end{cases}$$

Hỏi có $v \in L^1((-1, 1))$ sao cho v là đạo hàm suy rộng của \tilde{f} hay không?

5. (3,3 điểm) Ω là một tập mở bị chặn trong \mathbb{R}^4 . Đặt

$$T(u) = u^2.$$

Hỏi T có là một ánh xạ liên tục từ $W^{1,3}(\Omega)$ vào $L^5(\Omega)$ hay không?



Tên học phần: GIẢI TÍCH SỐ 1

Mã HP: MTH10410

Thời gian làm bài: 90 phút

Ngày thi: 12/6/2018

Họ và tên sinh viên: MSSV:

Ghi chú: Sinh viên được phép sử dụng vở bài học và tài liệu bài tập về nhà.

ĐỀ THI CÓ 05 CÂU, 02 TRANG

Câu 1. (2,0 điểm) Cho phương trình sau:

$$f(x) = 2x \cos(2x) - (x+1)^2 = 0, \quad \text{với } x \in [-3, 2]. \quad (1)$$

- Chứng minh phương trình (1) có nghiệm duy nhất với $x \in [-3, 2]$.
- Sử dụng phương pháp Bisection, trình bày cách tính nghiệm xấp xỉ tại từng bước lặp đến bước lặp thứ 2. Trình bày cách dự đoán số bước lặp để đạt sai số tuyệt đối 10^{-5} .
- Sử dụng phương pháp điểm bất động:
 - có thể xác định được hai hàm $g_1(x) = x - f(x)$, $g_2(x) = x - f(x)$ thỏa điều kiện g_1, g_2 có điểm bất động, và giải thích?
 - nếu xác định được g_1, g_2 , thì trình bày cách tính tại mỗi bước lặp đến bước lặp thứ hai của mỗi hàm g_1, g_2 .

Câu 2. (2,0 điểm)

a. Cho hàm số

$$f(x) = x^2 - 5x + 1, \quad \text{với } x \in [1, 3], \quad (2)$$

biểu diễn hàm số $f(x)$ bằng hàm cơ sở Lagrange trên đoạn $[1, 3]$.

- Cho hàm đa thức $f(x)$ bậc 5, và hàm $P(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i L_{k,i}(x)$, $\forall x \in [a, b]$, với hàm cơ sở Lagrange $L_{k,i}(x)$, bậc đa thức Lagrange k . Tìm N, k, α_i và giải thích để $P(x) = f(x)$ với mọi $x \in [a, b]$?
- Với k, N như câu 2.b, chứng minh $\{L_{k,i}\}_{i=1}^N$ là tập cơ sở của không gian các hàm đa thức bậc k trên đoạn $[a, b]$.

Câu 3. (2,0 điểm)

- Cho đa thức $P_k(x)$ bậc k trên đoạn $[a, b]$, để tính chính xác tích phân $\int_a^b P_k(x) dx$ với $\forall k \leq 5$, chúng ta sử dụng phương pháp cầu phương Gauss được không? nếu phương pháp cầu phương Gauss tính được thì chúng ta cần bao nhiêu điểm Gauss và giải thích?

- b. Cho đa thức $P_2(x)$, chúng ta có thể sử dụng hàm cơ sở Lagrange bậc 2, và xác định N, w_i để xây dựng công thức cầu phương sau

$$\int_{-1}^1 P_2(x) dx = \sum_{i=1}^N w_i P_2(x_i). \quad (3)$$

được hay không ?

Câu 4. (2,0 điểm)

1. Cho f có đạo hàm liên tục đến cấp 5 trên \mathbb{R} , chứng minh

$$f'(x_0) = \frac{1}{12h} [f(x_0 - 2h) - 8f(x_0 - h) + 8f(x_0 + h) - f(x_0 + 2h)] + \frac{h^4}{30} f^{(5)}(\xi), \quad (4)$$

với $h > 0, \xi \in [x_0 - 2h, x_0 + 2h]$.

2. Ứng dụng công thức (4), tính xấp xỉ $f'(x_0)$ với $f(x) = e^{2x} + 2x^4, h = 0.01, x_0 = 1$ và tính sai số tuyệt đối và sai số tương đối.

Câu 5. (2,0 điểm) Cho hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + x_3 = 8 \\ 2x_1 + 5x_3 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases} \quad \left(\text{tương ứng hệ } A \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = B \right) \quad (5)$$

- Giải hệ phương trình bằng phương pháp khử Gauss. Tính $cond(A)$ theo chuẩn $\|\cdot\|_\infty$.
- Dùng phương pháp lặp Gauss-Seidel tính nghiệm xấp xỉ tại bước lặp thứ 2. Tính sai số tuyệt đối và sai tương đối theo chuẩn $\|\cdot\|_2$.



TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Học kỳ II – Năm học 2017-2018

MÃ LƯU TRỮ
(do phòng KT-ĐBCL ghi)

CK17182 - MTH05002

Tên học phần: Toán Cao cấp C

Mã HP: MTH00002

Thời gian làm bài: 90 phút

Ngày thi: 19/6/2018 - 9g55

Ghi chú: Sinh viên [được phép / không được phép] sử dụng tài liệu khi làm bài.

Sinh viên có thể tham khảo công thức đạo hàm và tích phân các hàm cơ bản ở trang 2.

Câu 1 (2 điểm). Tính giới hạn nếu tồn tại; nếu không tồn tại hãy giải thích tại sao.

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,-3)} \frac{x^2+3y^2-31}{\sqrt{x^2+3y^2+5}-6}$

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2-8y^4}{x^2+3y^4}$

Câu 2 (2 điểm). Cho $\ln 2 \approx 0.69$. Tính xấp xỉ số $2^{\sqrt{(3.999)^2+(3.0001)^2}}$ bằng vi phân toàn phần cấp 1.

Câu 3 (2 điểm). Cho hàm số $f(x, y) = (x^2 + y) \sin(x - y^2)$ trong đó $x = s + t$ và $y = 2s - 3t$. Đặt $F(s, t) = f(x(s, t), y(s, t))$. Tính các đạo hàm riêng $\frac{\partial F}{\partial s}$ và $\frac{\partial F}{\partial t}$.

Câu 4 (4 điểm). Cho hàm số $g(x, y) = 5 - 2x^2 - y^2 + 4x + 2y$

a) Tìm cực trị của hàm $g(x, y)$.

b) Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm $g(x, y)$ trên miền

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 3)^2 + (y - 1)^2 \leq 9\}.$$

Basic Differentiation Rules

1. $\frac{d}{dx}[cu] = cu'$
2. $\frac{d}{dx}[u \pm v] = u' \pm v'$
3. $\frac{d}{dx}[uv] = uv' + vu'$
4. $\frac{d}{dx}\left[\frac{u}{v}\right] = \frac{vu' - uv'}{v^2}$
5. $\frac{d}{dx}[c] = 0$
6. $\frac{d}{dx}[u^n] = nu^{n-1}u'$
7. $\frac{d}{dx}[x] = 1$
8. $\frac{d}{dx}[|u|] = \frac{u}{|u|}(u'), \quad u \neq 0$
9. $\frac{d}{dx}[\ln u] = \frac{u'}{u}$
10. $\frac{d}{dx}[e^u] = e^u u'$
11. $\frac{d}{dx}[\log_a u] = \frac{u'}{(\ln a)u}$
12. $\frac{d}{dx}[a^u] = (\ln a)a^u u'$
13. $\frac{d}{dx}[\sin u] = (\cos u)u'$
14. $\frac{d}{dx}[\cos u] = -(\sin u)u'$
15. $\frac{d}{dx}[\tan u] = (\sec^2 u)u'$
16. $\frac{d}{dx}[\cot u] = -(\csc^2 u)u'$
17. $\frac{d}{dx}[\sec u] = (\sec u \tan u)u'$
18. $\frac{d}{dx}[\csc u] = -(\csc u \cot u)u'$
19. $\frac{d}{dx}[\arcsin u] = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
20. $\frac{d}{dx}[\arccos u] = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$
21. $\frac{d}{dx}[\arctan u] = \frac{u'}{1+u^2}$
22. $\frac{d}{dx}[\text{arccot } u] = \frac{-u'}{1+u^2}$
23. $\frac{d}{dx}[\text{arcsec } u] = \frac{u'}{|u|\sqrt{u^2-1}}$
24. $\frac{d}{dx}[\text{arccsc } u] = \frac{-u'}{|u|\sqrt{u^2-1}}$
25. $\frac{d}{dx}[\sinh u] = (\cosh u)u'$
26. $\frac{d}{dx}[\cosh u] = (\sinh u)u'$
27. $\frac{d}{dx}[\tanh u] = (\text{sech}^2 u)u'$
28. $\frac{d}{dx}[\coth u] = -(\text{csch}^2 u)u'$
29. $\frac{d}{dx}[\text{sech } u] = -(\text{sech } u \tanh u)u'$
30. $\frac{d}{dx}[\text{csch } u] = -(\text{csch } u \coth u)u'$
31. $\frac{d}{dx}[\sinh^{-1} u] = \frac{u'}{\sqrt{u^2+1}}$
32. $\frac{d}{dx}[\cosh^{-1} u] = \frac{u'}{\sqrt{u^2-1}}$
33. $\frac{d}{dx}[\tanh^{-1} u] = \frac{u'}{1-u^2}$
34. $\frac{d}{dx}[\coth^{-1} u] = \frac{u'}{1-u^2}$
35. $\frac{d}{dx}[\text{sech}^{-1} u] = \frac{-u'}{u\sqrt{1-u^2}}$
36. $\frac{d}{dx}[\text{csch}^{-1} u] = \frac{-u'}{|u|\sqrt{1+u^2}}$

Basic Integration Formulas

1. $\int kf(u) du = k \int f(u) du$
2. $\int [f(u) \pm g(u)] du = \int f(u) du \pm \int g(u) du$
3. $\int du = u + C$
4. $\int a^n du = \left(\frac{1}{\ln a}\right)a^n + C$
5. $\int e^u du = e^u + C$
6. $\int \sin u du = -\cos u + C$
7. $\int \cos u du = \sin u + C$
8. $\int \tan u du = -\ln|\cos u| + C$
9. $\int \cot u du = \ln|\sin u| + C$
10. $\int \sec u du = \ln|\sec u + \tan u| + C$
11. $\int \csc u du = -\ln|\csc u + \cot u| + C$
12. $\int \sec^2 u du = \tan u + C$
13. $\int \csc^2 u du = -\cot u + C$
14. $\int \sec u \tan u du = \sec u + C$
15. $\int \csc u \cot u du = -\csc u + C$
16. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + C$
17. $\int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{u}{a} + C$
18. $\int \frac{du}{u\sqrt{u^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \text{arcsec} \frac{|u|}{a} + C$



TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Học kỳ II – Năm học 2017-2018

MÃ LƯU TRỮ
(do phòng KT-ĐBCL ghi)

CK17182 MTH05002

Tên học phần: Toán Cao cấp C Mã HP: MTH00002

Thời gian làm bài: 90 phút Ngày thi: 19/10/2018 7g45

Ghi chú: Sinh viên [được phép / không được phép] sử dụng tài liệu khi làm bài.

Sinh viên có thể tham khảo công thức đạo hàm và tích phân các hàm cơ bản ở trang 2.

Câu 1 (2 điểm). Tính giới hạn nếu tồn tại; nếu không tồn tại hãy giải thích tại sao.

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{2x^2 + y^2 - 3}{\sqrt{2x^2 + y^2 + 13} - 4}$

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y}{x^4 + 2y^4}$

Câu 2 (2 điểm). Tính xấp xỉ số $\sqrt{2.01^4 + 2.99^2}$ bằng vi phân toàn phần cấp 1.

Câu 3 (2 điểm). Cho hàm số $f(x, y) = x \ln(x^2 + y^4)$ trong đó $x = 2s + 3t$ và

$y = 5s - 3t$. Đặt $F(s, t) = f(x(s, t), y(s, t))$. Tính các đạo hàm riêng $\frac{\partial F}{\partial s}$ và $\frac{\partial F}{\partial t}$.

Câu 4 (4 điểm). Cho hàm số $g(x, y) = x^2 + y^2 + x^2 y + 4$

a) Tìm cực trị của hàm $g(x, y)$.

b) Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm $g(x, y)$ trên miền

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

Basic Differentiation Rules

1. $\frac{d}{dx}[cu] = cu'$
2. $\frac{d}{dx}[u \pm v] = u' \pm v'$
3. $\frac{d}{dx}[uv] = uv' + vu'$
4. $\frac{d}{dx}\left[\frac{u}{v}\right] = \frac{vu' - uv'}{v^2}$
5. $\frac{d}{dx}[c] = 0$
6. $\frac{d}{dx}[u^n] = nu^{n-1}u'$
7. $\frac{d}{dx}[x] = 1$
8. $\frac{d}{dx}[|u|] = \frac{u}{|u|}(u'), \quad u \neq 0$
9. $\frac{d}{dx}[\ln u] = \frac{u'}{u}$
10. $\frac{d}{dx}[e^u] = e^u u'$
11. $\frac{d}{dx}[\log_a u] = \frac{u'}{(\ln a)u}$
12. $\frac{d}{dx}[a^u] = (\ln a)a^u u'$
13. $\frac{d}{dx}[\sin u] = (\cos u)u'$
14. $\frac{d}{dx}[\cos u] = -(\sin u)u'$
15. $\frac{d}{dx}[\tan u] = (\sec^2 u)u'$
16. $\frac{d}{dx}[\cot u] = -(\csc^2 u)u'$
17. $\frac{d}{dx}[\sec u] = (\sec u \tan u)u'$
18. $\frac{d}{dx}[\csc u] = -(\csc u \cot u)u'$
19. $\frac{d}{dx}[\arcsin u] = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
20. $\frac{d}{dx}[\arccos u] = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$
21. $\frac{d}{dx}[\arctan u] = \frac{u'}{1+u^2}$
22. $\frac{d}{dx}[\text{arccot } u] = \frac{-u'}{1+u^2}$
23. $\frac{d}{dx}[\text{arcsec } u] = \frac{u'}{|u|\sqrt{u^2-1}}$
24. $\frac{d}{dx}[\text{arccsc } u] = \frac{-u'}{|u|\sqrt{u^2-1}}$
25. $\frac{d}{dx}[\sinh u] = (\cosh u)u'$
26. $\frac{d}{dx}[\cosh u] = (\sinh u)u'$
27. $\frac{d}{dx}[\tanh u] = (\text{sech}^2 u)u'$
28. $\frac{d}{dx}[\text{coth } u] = -(\text{csch}^2 u)u'$
29. $\frac{d}{dx}[\text{sech } u] = -(\text{sech } u \tanh u)u'$
30. $\frac{d}{dx}[\text{csch } u] = -(\text{csch } u \text{coth } u)u'$
31. $\frac{d}{dx}[\sinh^{-1} u] = \frac{u'}{\sqrt{u^2+1}}$
32. $\frac{d}{dx}[\cosh^{-1} u] = \frac{u'}{\sqrt{u^2-1}}$
33. $\frac{d}{dx}[\tanh^{-1} u] = \frac{u'}{1-u^2}$
34. $\frac{d}{dx}[\text{coth}^{-1} u] = \frac{u'}{1-u^2}$
35. $\frac{d}{dx}[\text{sech}^{-1} u] = \frac{-u'}{u\sqrt{1-u^2}}$
36. $\frac{d}{dx}[\text{csch}^{-1} u] = \frac{-u'}{|u|\sqrt{1+u^2}}$

Basic Integration Formulas

1. $\int kf(u) du = k \int f(u) du$
2. $\int [f(u) \pm g(u)] du = \int f(u) du \pm \int g(u) du$
3. $\int du = u + C$
4. $\int a^u du = \left(\frac{1}{\ln a}\right)a^u + C$
5. $\int e^u du = e^u + C$
6. $\int \sin u du = -\cos u + C$
7. $\int \cos u du = \sin u + C$
8. $\int \tan u du = -\ln|\cos u| + C$
9. $\int \cot u du = \ln|\sin u| + C$
10. $\int \sec u du = \ln|\sec u + \tan u| + C$
11. $\int \csc u du = -\ln|\csc u + \cot u| + C$
12. $\int \sec^2 u du = \tan u + C$
13. $\int \csc^2 u du = -\cot u + C$
14. $\int \sec u \tan u du = \sec u + C$
15. $\int \csc u \cot u du = -\csc u + C$
16. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + C$
17. $\int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{u}{a} + C$
18. $\int \frac{du}{u\sqrt{u^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \text{arcsec} \frac{|u|}{a} + C$



TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM
ĐỀ THI GIỮA HỌC KỲ
Học kỳ II – Năm học 2017-2018

MÃ LƯU TRỮ
(do phòng KT-ĐBCL ghi)

GK17182-MTH0002

Tên học phần: TOÁN CAO CẤP C1 Mã HP: MTH00002

Thời gian làm bài: 45 phút Ngày thi: 11/03/2018

Ghi chú: Sinh viên [được phép / không được phép] sử dụng tài liệu khi làm bài.

(CNKTHH)

Câu 1 (4 điểm).

Tính các giới hạn sau nếu có

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 - y^4}{x^4 + y^4}$

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2 y^4}{x^4 + y^8}$

c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 \sin(xy)}{x^2 + y^2}$

d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (+\infty, +\infty)} \frac{3x + 4y}{x^2 + y^2}$

Câu 2 (2 điểm).

Cho hàm số $z = f(x, y) = 2x^2 y - xy^2$ trong đó x và y là hàm theo biến t cho bởi $x(t) = \cos 3t$ và $y(t) = e^{-t}$. Tính đạo hàm của z theo biến t .

Câu 3 (2 điểm).

Cho hàm số $z = f(x, y) = e^x (\cos y - 2 \sin y)$

a) Tìm vi phân cấp 1 của z .

b) Tìm vi phân cấp 2 của z .

Câu 4 (2 điểm).

Cho hàm số $z = f(x, y) = y \ln(x^2 - y^2)$

a) Tính z'_x và z'_y .

b) Chứng minh rằng $\frac{1}{x} z'_x + \frac{1}{y} z'_y = \frac{z}{y^2}$.

---Hết---



TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Học kỳ 2 – Năm học 2017-2018

MÃ LƯU TRỮ
(do phòng KT-ĐBCL ghi)

CK17182.MTH00004

Tên học phần:	<u>Vi tích phân 2B</u>	Mã HP:	<u>MTH00004</u>
Thời gian làm bài:	<u>90 phút</u>	Ngày thi:	<u>23/06/2018. 7g45</u>
Ghi chú: Sinh viên [<input type="checkbox"/> được phép / <input checked="" type="checkbox"/> không được phép] sử dụng tài liệu khi làm bài.			

Họ tên sinh viên: **MSSV:** **STT:**

Câu 1 (2 điểm)

- (a) Tìm tuyến tính hóa của $f(x, y) = e^{x^2+y^3}$ quanh $(1, 1)$. Tính xấp xỉ $e^{0,99^2+1,01^3}$.
- (b) Tính đạo hàm của $f(x, y) = \ln(xy + 1)$ tại $P(3, 1)$ theo hướng từ P đến $Q(1, -1)$.
- (c) Tính $\frac{\partial f}{\partial u}$ biết $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{\sqrt{x^2+y^2}}$, $x(u, v) = uv$, $y(u, v) = u - v$.
- (d) Tìm mặt phẳng tiếp xúc với mặt $x^2 + 2y^2 + 3xz = 12$ tại $(1, 2, 1)$.

Câu 2 (2 điểm) Cho hàm số f định bởi $f(x, y) = 3x^2 - x^3 - 2y^2 + y^4$.

- (a) Chứng minh hàm số có sáu điểm dừng và nêu rõ các điểm đó.
- (b) Chứng minh hàm số có 2 điểm cực tiểu, 1 điểm cực đại và 3 điểm yên ngựa. (Phải xác định rõ các điểm).

Câu 3 (2 điểm) Hãy tính tích phân đường $\oint_C (x - y) dx + (x + y) dy$, với C là đường tròn tâm đặt tại gốc tọa độ, bán kính bằng 2, theo hai cách:

- (a) Tính trực tiếp
- (b) Sử dụng định lý Green

Câu 4 (2 điểm)

(a) Cho tích phân lặp của hàm $f(x, y)$ liên tục sau:

$$\int_0^2 \int_0^{4-x^2} f(x, y) dy dx$$

Vẽ miền tích phân và đổi thành tích phân lặp với thứ tự ngược lại.

- (b) Cho trường vector $\langle 6x + 5y, 5x + 4y \rangle$. Hãy kiểm tra trường vector có bảo toàn không và tìm hàm thế f (nếu có).

Câu 5 (2 điểm)

a) Giải phương trình vi phân cấp một sau, với ẩn là hàm $y(x)$,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x}{y}$$

với $y \neq 0$.

b) Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân cấp hai sau, với ẩn là hàm $y(x)$,

$$y''(x) + 4y(x) = 0. \quad (1)$$

c) Tìm nghiệm riêng của phương trình (1) khi thay vế phải bởi hàm e^x .

d) Tìm nghiệm của câu c) khi biết $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

PHỤ LỤC

Bảng công thức đạo hàm và nguyên hàm

Dưới đây là công thức đạo hàm tại x

- $(a)' = 0, (x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}, (e^x)' = e^x, (\sin x)' = \cos x, (\cos x)' = -\sin x,$
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}, (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, (\cot x)' = \frac{-1}{\sin^2 x}$

Nếu u là hàm số theo biến x thì

- $(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u', (e^u)' = e^u \cdot u', (\sin u)' = \cos(u) \cdot u', (\cos u)' = -\sin(u) \cdot u'$
- $(\ln u)' = \frac{u'}{u}, (\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}, (\cot u)' = \frac{-u'}{\sin^2 u}$

Dưới đây là bảng công thức nguyên hàm

- $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C, \text{ với } a \neq -1, \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C, \int e^x dx = e^x + C, \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
- $\int \sin x dx = -\cos x + C, \int \cos x dx = \sin x + C, \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C, \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$
- $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right) + C, a > 0, \int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + C,$
- $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right) + C, a > 0$



TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Học kỳ 2 – Năm học 2017-2018

MÃ LƯU TRỮ
(do phòng KT-ĐBCL ghi)

CK17182 MTH00004

Tên học phần: Vi tích phân 2B Mã HP: MTH00004

Thời gian làm bài: 90 phút Ngày thi: 23/06/2018 - 9g55'

Ghi chú: Sinh viên [được phép / không được phép] sử dụng tài liệu khi làm bài.

Họ tên sinh viên: MSSV: STT:

Câu 1 (2 điểm)

- (a) Tìm tuyến tính hóa của $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ quanh $(3, 4)$. Tính xấp xỉ $\frac{1}{\sqrt{2,99^2 + 4,01^2}}$.
- (b) Tính đạo hàm của $f(x, y) = x^2 + xy + 1$ tại $P(0, 3)$ theo hướng từ P đến $Q(3, -1)$.
- (c) Tính $\frac{df}{dt}$ biết $f(x, y) = (x^2 + y^2) \ln(\sqrt{x^2 + y^2})$, $x = e^t$, $y = e^{-t}$.
- (d) Tìm mặt phẳng tiếp xúc với mặt $xyz = 2$ tại $(1, 1, 2)$.

Câu 2 (2 điểm)

- (a) Khảo sát cực trị của hàm số f cho bởi $f(x, y) = x^3 - 3x^2 + 3x(1 - y) + y^3 + 3y$.
- (b) Chứng minh hàm số f cho bởi $f(x, y) = 1 - x^2 + 4xy - 4y^2$ có vô số điểm dừng. Khảo sát cực trị của hàm này.
- (c) Khảo sát cực trị của hàm số f cho bởi $f(x, y) = x^3 - 3x^2 + 3x - y^2$

Câu 3 (2 điểm)

- (a) Bằng cách dùng định lý Green, hãy tính tích phân đường $\int_C x dx + 2x^3 dy$, trong đó C bao gồm đoạn thẳng nối từ điểm $(-1, 0)$ đến $(1, 0)$ và đoạn cong $y = 1 - x^2$ nối từ $(1, 0)$ đến $(-1, 0)$.
- (b) Tính lại tích phân đường ở trên theo cách tính trực tiếp.

Câu 4 (2 điểm)

- (a) Cho tích phân lặp của hàm $f(x, y)$ liên tục như sau:

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x, y) dx dy$$

Vẽ miền tích phân và đổi thành tích phân lặp với thứ tự ngược lại.

- (b) Cho trường vector $\left\langle \frac{y^2}{1+x^2}, 2y \arctan x \right\rangle$. Hãy kiểm tra trường vector có bảo toàn không và tìm hàm thế f (nếu có).

Câu 5 (2 điểm)

- a) Giải phương trình vi phân cấp một sau, với ẩn là hàm $y(x)$,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\ln x}{xy}$$

với $x > 0$ và $y \neq 0$.



TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Học kỳ 2 – Năm học 2017-2018

MÃ LƯU TRỮ
(do phòng KT-ĐBCL ghi)

CK17182 NTH00004

b) Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân cấp hai sau, với ẩn là hàm $y(x)$,

$$y''(x) - 4y(x) = 0. \quad (1)$$

c) Tìm nghiệm riêng của phương trình (1) khi thay vế phải bởi hàm xe^x .

d) Tìm nghiệm của câu c) khi biết $y(0) = -\frac{2}{9}$, $y'(0) = -\frac{5}{9}$.

PHỤ LỤC

Bảng công thức đạo hàm và nguyên hàm

Dưới đây là công thức đạo hàm tại x

- $(a)' = 0$, $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$, $(e^x)' = e^x$, $(\sin x)' = \cos x$, $(\cos x)' = -\sin x$,
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$, $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $(\cot x)' = \frac{-1}{\sin^2 x}$

Nếu u là hàm số theo biến x thì

- $(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u'$, $(e^u)' = e^u \cdot u'$, $(\sin u)' = \cos(u) \cdot u'$, $(\cos u)' = -\sin(u) \cdot u'$
- $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$, $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$, $(\cot u)' = \frac{-u'}{\sin^2 u}$

Dưới đây là bảng công thức nguyên hàm

- $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$, với $a \neq -1$, $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$, $\int e^x dx = e^x + C$, $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
- $\int \sin x dx = -\cos x + C$, $\int \cos x dx = \sin x + C$, $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$, $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$
- $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$, $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right) + C$, $a > 0$, $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + C$,
- $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right) + C$, $a > 0$



TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Học kỳ 2 – Năm học 2017-2018

MÃ LƯU TRỮ
(do phòng KT-ĐBCL ghi)

CK17182.MTH00012

Tên học phần: Giải tích 2A Mã HP: MTH00012
Thời gian làm bài: 90 phút Ngày thi: 15/06/2018
Ghi chú: Sinh viên [được phép / không được phép] sử dụng tài liệu khi làm bài.

Họ tên sinh viên: MSSV: STT:

Câu 1:(3 điểm)

Cho ánh xạ $d : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ xác định như sau

$$d(x, y) = \left| \frac{x^2}{1+x^2} - \frac{y^2}{1+y^2} \right|, \quad x, y > 0.$$

- a) Chứng minh (\mathbb{R}, d) là không gian metric.
b) Chứng minh (\mathbb{R}, d) là không đầy đủ.

Câu 2:(4 điểm)

Trong \mathbb{R}^2 , cho

$$d(x, y) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|.$$

với $x = (x_1, x_2)$ và $y = (y_1, y_2)$.

- a) Chứng minh rằng (\mathbb{R}^2, d) là không gian metric đầy đủ.
b) Cho $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2x\}$. Chứng minh D là tập compact trong (\mathbb{R}^2, d) .

Câu 3:(2 điểm) Cho D là tập compact trong không gian metric (X, d) . Chứng minh rằng D là tập bị chặn.

Câu 4:(1 điểm) Cho D là tập mở không gian metric (X, d) . Chứng minh rằng tập $D_1 = \{x \in X : x \notin D\}$ là tập đóng.

———— Hết ————



TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Học kỳ 2 – Năm học 2017-2018

MÃ LƯU TRỮ
 (do phòng KT-ĐBCL ghi)

CK17182-MTH00013

Tên học phần:	<u>Vi tích phân 2A</u>	Mã HP:	<u>MTH00013</u>
Thời gian làm bài:	<u>90 phút</u>	Ngày thi:	<u>14/06/2018</u>
Ghi chú: Sinh viên [<input type="checkbox"/> được phép / <input checked="" type="checkbox"/> không được phép] sử dụng tài liệu khi làm bài.			

Họ tên sinh viên: MSSV: STT:

Câu 1. Cho D là một tập con mở của \mathbb{R}^3 . Cho E, F là hai trường vectơ và u là trường vô hướng xác định và khả vi trên D . Chứng minh rằng

- a) $\nabla \times (uF) = u(\nabla \times F) - F \times \nabla u,$
- b) $\nabla \cdot (E \times F) = F \cdot (\nabla \times E) - E \cdot (\nabla \times F).$

Câu 2. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số

$$x^3 y^2 (1 - x - y)$$

trên miền $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1$.

Câu 3 Khảo sát sự hội tụ của các chuỗi số sau

- a) $\sum_0^{\infty} \frac{\sin(2n+1)x}{\sqrt{2n+1}}$ với $x \in \mathbb{R},$
- b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2(n)}.$

Câu 4 Cho dãy hàm $f_n(x) = n^2 x(1-x^2)^n, x \in [0, 1].$ Chứng tỏ rằng (f_n) hội tụ từng điểm về hàm 0 khi n tiến đến vô cùng. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx.$

Câu hỏi điểm cộng : Hỏi dãy hàm (f_n) có hội tụ đều về hàm 0 hay không ? Giải thích tại sao ?

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm



TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Học kỳ 2 – Năm học 2017-2018

MÃ LƯU TRỮ
(do phòng KT-ĐBCL ghi)

CK17182 MTH0082

Tên học phần: Thực hành Vi tích phân 2B Mã HP: MTH00082
Thời gian làm bài: 60 phút Ngày thi: 11/06/2018
Ghi chú: Sinh viên [được phép / không được phép] sử dụng tài liệu khi làm bài.

Họ tên sinh viên: MSSV: STT:

Câu 1 (2 điểm).

Sử dụng vi phân để ước tính lượng kim loại để tạo ra một ống trụ kín hai đầu với chiều cao là 10cm và đường kính là 4cm, trong đó lượng kim loại ở phần đáy và đỉnh của ống trụ này có độ dày là 0.1cm, lượng kim loại ở hai bên thân có độ dày là 0.05cm.

Câu 2 (3 điểm)

Tìm cực trị của hàm $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4x - 4y$ trên miền $x^2 + y^2 \leq 9$.

Câu 3 (3 điểm)

Dùng tọa độ cực tìm thể tích khối rắn nằm dưới miền paraboloid $z = 18 - 2x^2 - 2y^2$ và trên mặt phẳng Oxy.

Câu 4 (2 điểm).

Luật giảm nhiệt độ (Newton's Law of Cooling) được mô hình toán học như sau:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - M),$$

Trong đó: $T(t)$ là nhiệt độ của vật tại thời điểm t (giờ), M là nhiệt độ môi trường xung quanh vật, k là hằng số phụ thuộc vào vật.

a. (1đ) Giải phương trình vi phân trên.

b. (1đ) Dựa trên kết quả vừa tìm được, giải bài toán sau:

Một người đàn ông được phát hiện tử vong trong nhà của mình. Khi cảnh sát đến hiện trường lúc 9h sáng thì đo được thân nhiệt của nạn nhân là $32^\circ C$. Một giờ sau, cảnh sát đo được thân nhiệt của nạn nhân còn $29.5^\circ C$. Nhiệt độ trong nhà lúc phát hiện xác nạn nhân là $22^\circ C$. Giả sử, ngay sau khi nạn nhân tử vong, thân nhiệt của nạn nhân vẫn ở mức bình thường là $37^\circ C$. Hỏi nạn nhân tử vong lúc mấy giờ?

Tên học phần:	Tôpô	Mã HP:	TTH309
Thời gian làm bài:	120 phút	Ngày thi:	15/6/2018
Họ và tên sinh viên:	MSSV:

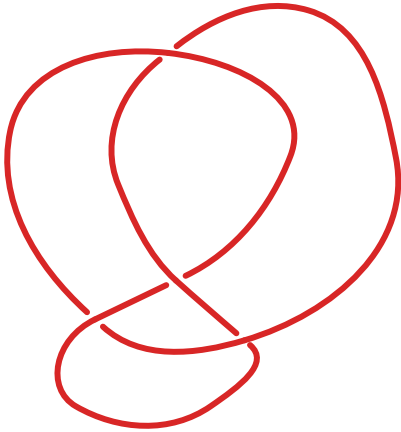
Ghi chú: Sinh viên được phép sử dụng tài liệu gồm giáo trình và tập viết của bản thân.

Điểm tối đa là 10.

Câu 1 (3,0 điểm). Chứng tỏ nếu Y là một không gian Hausdorff và hàm $f : X \rightarrow Y$ là liên tục thì đồ thị của f , tức là tập $\{(x, f(x)) \mid x \in X\}$, là đóng trong không gian $X \times Y$.

Câu 2 (3,0 điểm). Chứng tỏ nếu X có một trong những tính chất liên thông, liên thông đường, compac, thì không gian thương X/\sim cũng vậy.

Câu 3 (3,0 điểm). Ảnh của một đường cong đơn đóng trong một không gian tôpô Hausdorff X được gọi là một nút trong X . Như thế một nút là một không gian con $\gamma([0, 1])$ với $\gamma : [0, 1] \rightarrow X$ là một hàm liên tục sao cho $\gamma(0) = \gamma(1)$ và $\gamma|_{[0,1]}$ là một đơn ánh. Xem hình 1.



Hình 1: Một nút.

Chứng tỏ một nút bất kì là đồng phôi với đường tròn.

Câu 4 (3,0 điểm). Chứng tỏ không gian sau là đồng phôi với dải Mobius.

